



شهید صدر و اصول موضوعه نظریه احتمالات

محمود مروارید*

چکیده

تاکنون مباحث فلسفی گوناگونی پیرامون نظریه احتمالات مطرح شده است. مهمترین مسئله در این میان آن است که چه تفسیر یا تفسیرهایی را می‌توان از مفهوم احتمال - که اساسی‌ترین نقش را در نظریه احتمالات بازی می‌کند - به دست داد. فیلسوفان مغرب زمین تفسیرهای متفاوتی را برای این مفهوم پیشنهاد کرده‌اند. از میان اندیشمندان مسلمان نیز شهید سید محمد باقر صدر تفسیری از احتمال ارائه داده است که می‌توان آن را «تفسیر اجمالی» نامید. تلقی رایج این است که شرط کفایت هر تفسیری از مفهوم احتمال آن است که اصول موضوعه نظریه احتمالات را نتیجه دهد، یا دست کم با آن سازگار باشد. در نوشتار حاضر به این مسئله می‌پردازم که تفسیر شهید صدر تا چه اندازه با اصول موضوعه نظریه احتمالات هماهنگ است. چنان که خواهیم دید، ناهماهنگی‌هایی میان تفسیر اجمالی و اصول موضوعه نظریه احتمالات وجود دارد، که البته با اعمال اصلاحاتی در تفسیر اجمالی می‌توان آنها را برطرف ساخت.

کلیدواژه‌ها

نظریه احتمالات، شهید صدر، اصول موضوعه احتمالات، تفسیر اجمالی احتمال.

۱. درآمد

نظریه احتمالات شاخه‌ای از ریاضیات است که امروزه گسترش فراوانی یافته است. گرچه جوانه‌های این نظریه در قرن شانزدهم در مکاتبات میان پاسکال و فرما شکل گرفت، ولی تا ابتدای قرن بیستم به صورت یک نظام اصل موضوعی^۱ در نیامد. در آغاز قرن بیستم کلموگروف، ریاضی‌دان روسی، نخستین صورت‌بندی اصل موضوعی را از نظریه احتمالات ارائه داد.^۲ در این صورت‌بندی، همانند دیگر نظام‌های اصل موضوعی، چند گزاره پایه به عنوان اصل موضوع^۳ در نظر گرفته می‌شود و قضیه‌ها به صورت قیاسی از آن گزاره‌ها استنتاج می‌شود. اصول موضوعه کلموگروف امروزه کمابیش به عنوان اصول موضوعه استاندارد برای نظریه احتمالات شناخته می‌شود. البته، تاکنون صورت‌بندی‌های دیگری برای اصول موضوعه نظریه احتمالات ارائه شده است، ولی بیشتر آنها با اصول موضوعه کلموگروف معادل هستند.

۴۱



نظریه

شهید صدر و اصول موضوعه نظریه احتمالات

نکته مهم و جالب توجه این است که نظریه احتمالات از همان آغاز پیدایش تا کنون ارتباط‌های گوناگونی با مطالعات فلسفی داشته است. این نظریه از یک سو کاربردها و تاثیرهای متنوعی در رشته‌های مختلف فلسفی داشته و از سوی دیگر، پرسش‌ها و مسائل فلسفی متفاوتی را پدید آورده است. برای نمونه، گروهی از فیلسوفان از نظریه احتمالات برای تبیین روش‌شناسی علوم تجربی، تبیین برخی از مفاهیم معرفت‌شناختی، تسبیح برهان نظم برای اثبات وجود خداوند و دیگر موارد سود جستند.

کاربرد این نظریه در فلسفه و دیگر علوم پرسش مهمی را فراروی فیلسوفان نهاده است: چه تفسیر یا تفسیرهایی را می‌توان از واژه «احتمال» که اساسی‌ترین نقش را در نظریه احتمالات بازی می‌کند، به دست داد؟ به دیگر سخن، جملاتی که در آن واژه «احتمال» به کار رفته است از چه سنخ واقعیتی حکایت می‌کند؟ از امری عینی یا ذهنی و یا منطقی؟ برای مثال، وقتی می‌گوییم «احتمال شیر آمدن این سکه $\frac{1}{2}$ است» آیا از واقعیتی فیزیکی که مستقل از ذهن ماست خبر داده‌ایم، یا از درجات حالت ذهنی خود خبر داده‌ایم و یا این که رابطه‌ای منطقی میان گزاره‌ها را بیان کرده‌ایم؟ فیلسوفان مغرب زمین تفسیرهای مختلفی را از



مفهوم احتمال به دست داده اند که بررسی آنها در این نوشتار میسر نیست. جالب توجه است که با وجود اختلاف گسترده بر سر تفسیر مفهوم احتمال، درباره نظریه صوری و ریاضی احتمالات تقریباً اتفاق نظر وجود دارد. معمولاً عقیده بر این است که شرط کفایت هر تفسیر از مفهوم احتمال آن است که بتواند اصول موضوعه نظریه احتمالات را نتیجه دهد یا دست کم با آن اصول سازگار باشد.

در میان متفکران مسلمان نخستین اندیشمندی که به اهمیت نظریه احتمالات پی برد و آن را به صورتی گسترده در مباحث فلسفی به کار گرفت، شهید سید محمد باقر صدر است. او در کتاب *الاسس المنطقية للاستقراء*، از این نظریه برای حل مسئله استقراء، تبیین اعتبار متواترات، محسوسات و حدسیات، تقریر برهان نظم برای اثبات وجود خداوند و دیگر موارد سود جست. شهید صدر در حوزه کلام و اصول فقه نیز نظریه احتمالات را در مباحثی همچون اثبات نبوت خاصه، حجیت تواتر، اجماع و شهرت به کار گرفت.^۴

شهید صدر به نوبه خود تلاش داشته است تفسیری جدید از مفهوم احتمال ارائه دهد. تفسیر شهید صدر از احتمال، در حقیقت سنگ پایه دیگر مباحث او پیرامون نظریه احتمالات است. بدون این تفسیر، شهید صدر به هیچ روی نمی توانسته است از نظریه احتمالات در مسائل مختلف فلسفی، کلامی و اصولی بهره گیرد. تفسیر شهید صدر را می توان از جنبه های متفاوت ارزیابی کرد. در این نوشتار تنها به بررسی این مسئله می پردازیم که تفسیر شهید صدر تا چه اندازه با اصول موضوعه نظریه احتمالات هماهنگ است. بررسی دیگر جنبه های تفسیر شهید صدر مجال دیگری می طلبد.

در ادامه، نخست اصول موضوعه نظریه احتمالات را - مطابق صورت بندی ای که شهید صدر برگزیده است - گزارش می کنیم. سپس نگاهی بسیار اجمالی و گذرا به تفسیرهای گوناگون احتمال خواهیم داشت. پس از آن تفسیر شهید صدر از مفهوم احتمال را گزارش می کنیم و در نهایت به بررسی سازگاری آن با اصول موضوعه نظریه احتمالات می پردازیم. چنان که خواهیم دید، تفسیر شهید صدر از جنبه هایی با اصول موضوعه نظریه احتمالات ناهماهنگ است. بر این اساس، پیشنهادهایی برای برطرف کردن این ناهماهنگی، با حفظ روح تفسیر شهید صدر ارائه خواهد شد.

۲. اصول موضوعه نظریه احتمالات

شهید صدر در اساس المنطقية للاستقراء، اصول موضوعه سی. دی. برود را از کتاب معرفت انسانی راسل گزارش می کند و آن را مبنای بحث خویش قرار می دهد:

(۱) اگر A و B دو رویداد باشند، $P(A/B)$ فقط یک ارزش دارد که همان احتمال A در فرض B است.

(۲) ارزش های ممکن برای $P(A/B)$ ، اعداد حقیقی میان صفر و یک، به همراه خود این دو عدد است.

(۳) اگر B مستلزم A باشد، آنگاه $P(A/B) = 1$.

(۴) اگر B مستلزم نقیض A باشد، آنگاه $P(A/B) = 0$.

(۵) $P(A \& B/C) = P(A/C) \cdot P(B/A \& C)$ (اصل اتصال).

(۶) $P(A \vee B) = P(A/C) + P(B/C) - P(A \& B/C)$ (اصل انفصال). (صدر ۱۴۰۲ ه. ق، ۱۳۹-۱۴۰)

چنان که در مقدمه اشاره شد، صورت بندی استاندارد از اصول موضوعه نظریه احتمالات، صورت بندی ای است که کلموگروف ارائه کرده است. تفاوت مهم اصل بندی بالا با اصول موضوعه کلموگروف آن است که برود، احتمالات شرطی را اولی (primitive) می گیرد، ولی کلموگروف آنها را برحسب احتمالات غیر شرطی تعریف می کند. با این حال می توان نشان داد که این دو سیستم در نهایت معادل یک دیگر هستند.

در این جا اشاره به دو نکته لازم است. نخست این که شهید صدر در بیان اصول نظریه احتمالات و نیز در مباحث پس از آن، از نمادهای استاندارد استفاده نمی کند. او پیش از معرفی اصل های یاد شده می نویسد:

در ادامه، نشانه « $\frac{ل}{ح}$ » را برای دلالت بر احتمال یک رویداد در فرض رویداد دیگر به کار می بریم. یعنی «ل» و «ح» نشانه دو رویداد هستند، و « $\frac{ل}{ح}$ » نشانه احتمال رویداد اول در فرض رخ دادن رویداد دوم است (همان، ۱۳۹-۱۴۰).

طبق این سخن، « $\frac{ل}{ح}$ » نمادی برای یک کسر نیست، بلکه در حقیقت همان نماد ریاضی $P(ل/ح)$ است، که به صورتی دیگر نوشته شده است. شهید صدر اصول برود را نیز بر اساس





همین نماد‌گذاری بیان می‌کند. تا این جا مسئله تنها به نماد‌گذاری مربوط می‌شود و از این رو، چندان اهمیتی ندارد. اما مشکل آنگاه پدید می‌آید که شهید صدر، گاهی نماد « $\frac{A}{B}$ » را به عنوان یک کسر تلقی می‌کند. آشکار است که مفهوم ریاضی $P(A/B)$ با $\frac{A}{B}$ کاملاً تفاوت دارد، و خلط این دو به نتایج نادرستی می‌انجامد. در ادامه خواهیم دید که شهید صدر به همین خلط و اشتباه دچار شده است.

نکته دوم این است که طبق اصل دوم برود، هر ارزش احتمال عددی حقیقی بین صفر و یک است. ولی شهید صدر در پاورقی می‌نویسد: «منظور از اعداد حقیقی در اینجا، فقط اعداد کسری [گویا] است...، نه اعداد حقیقی غیر کسری مانند $\sqrt{2}$ یا π ». (همان، ۱۳۹-۱۴۰). این تفسیر از اعداد حقیقی، کاملاً خلاف اصطلاحات متداول ریاضی است؛ چرا که مجموعه اعداد حقیقی، $\sqrt{2}$ ، π و دیگر عددهای گنگ را نیز در بر می‌گیرد. احتمالاً انگیزه شهید صدر از چنین تفسیری آن است که اصول موضوعه برود را با تعریفی که خود از احتمال ارائه داده سازگار کند. زیرا چنان که خواهیم دید، مطابق تعریف شهید صدر احتمال هیچ رویدادی نمی‌تواند عددی گنگ باشد. اما این خودیکی از نقاط ضعف تعریف شهید صدر است؛ زیرا در علوم تجربی و به خصوص فیزیک کوانتم، به بسیاری از رویدادها احتمالات گنگ اسناد می‌شود. بنابراین، بهتر آن بود که شهید صدر تعریف خود از احتمال را اصلاح می‌کرد، نه آکسیوم دوم برود را.

۳. نگاهی گذرا به تفسیرهای مختلف احتمال

چنان که اشاره شد، با این که درباره نظریه‌ی صوری احتمالات تقریباً اتفاق نظر وجود دارد، نزاع حادی بر سر تفسیر مفهوم احتمال در گرفته است. تاکنون دست کم شش تفسیر از احتمال ارائه شده که اینک به اجمال به آنها اشاره می‌کنیم:

(۱) تفسیر کلاسیک: احتمال یعنی خارج قسمت تعداد حالت‌های مطلوب بر مجموع حالت‌های ممکن. برای مثال، وقتی یک تاس پرتاب می‌شود احتمال این که زوج بیاید $\frac{۳}{۶}$ است؛ زیرا تعداد حالت‌های مطلوب، سه حالت (یعنی ۲، ۴ و ۶)، و تعداد همه حالت‌های ممکن ۶ حالت است.

۲) تفسیر منطقی: احتمال گزاره A در فرض گزاره B، یعنی آن میزان درجه‌ای که گزاره B مستلزم گزاره A است. اگر B، به لحاظ منطقی A را نتیجه دهد، احتمال A در فرض B برابر ۱ است، و در غیر این صورت این احتمال، عددی کوچک‌تر از ۱ خواهد بود.^۵

۳) تفسیر ذهنی: احتمال یک گزاره، همان درجه باوری است که یک شخص خاص به آن گزاره دارد. بنابر تفسیر ذهنی لزومی ندارد که همه انسان‌های عقلانی درجات باور یکسانی داشته باشند، بلکه ممکن است حتی با فرض وجود شواهد یکسان، شدت باور هر یک متفاوت با دیگری باشد.

۴) تفسیر تکراری یا تواتری^۶: این تفسیر خود دو تقریر متفاوت دارد:

(الف) تکرار متناهی: اگر B مجموعه‌ای متناهی از رویدادها باشد که همگی رخ داده‌اند، و A زیر مجموعه‌ای از B باشد، احتمال A در فرض B، خارج قسمت تعداد اعضای A بر تعداد اعضای B است.

(ب) تکرار نامتناهی: فرض کنید رویدادی مانند پرتاب تاس به دفعات فراوان تکرار شود به گونه‌ای که اگر تعداد این دفعات به بی‌نهایت میل کند، خارج قسمت تعداد مواردی که یک نتیجه خاص (مانند زوج آمدن) رخ می‌دهد، بر تعداد مجموع پرتاب‌های این رشته، به عددی مانند a، بین صفر و یک میل می‌کند. در این صورت، احتمال آن نتیجه برابر a است.

۵) تفسیر تمایلی^۷: تفسیر تمایلی خود تقریرهای متفاوت دارد. مطابق یک تقریر، احتمال پدید آمدن یک واقعه در شرایط مفروض، میزان درجه‌ای است که آن واقعه گرایش دارد در آن شرایط رخ دهد، و یا به تعبیر دیگر، میزان درجه‌ای است که شرایط مفروض گرایش دارد واقعه مورد نظر را پدید آورد. بنا بر تقریر دیگر، وقتی می‌گوییم احتمال رخ دادن یک نتیجه خاص در شرایط تکرارپذیر مفروض P است، منظور آن است که آن شرایط چنان گرایشی دارند که اگر دفعات بسیار زیاد تکرار شوند، نسبت مواردی که نتیجه مورد نظر رخ می‌دهد به کل موارد نزدیک به P است.

۶) تفسیر بینا ذهنی^۸: احتمال یک گزاره، میانگین درجه باور یک گروه اجتماعی به آن گزاره است، نه درجه باور یک شخص خاص.^۹





چنان که خواهد آمد شهید صدر نیز تفسیری از احتمال ارائه داده و آن را در قالب دو تعریف متفاوت مطرح کرده است. تعریف نخست از جهاتی به تفسیر ذهنی شباهت دارد و تعریف دوم نیز در اساس همان تفسیر کلاسیک است. با این حال، با توجه به نکات جدیدی که در دیدگاه‌های شهید صدر مشاهده می‌شود و تلاشی که برای برطرف کردن مشکلات تفسیر کلاسیک به عمل آورده است، می‌توان تفسیر شهید صدر را تفسیری مستقل به‌شمار آورد.

۴. تفسیر شهید صدر از مفهوم احتمال

شهید صدر تفسیر خود را پس از بررسی تفسیرهای کلاسیک و تکرار متناهی ارائه می‌کند. این تفسیر را می‌توان «تفسیر اجمالی» نامید؛ زیرا چنان که خواهیم دید، به گونه‌ای وثیق بر مفهوم علم اجمالی مبتنی است.^{۱۱} البته شهید صدر بر این باور است که تفسیر یادشده را می‌توان در قالب دو تعریف مجزا از احتمال ارائه کرد که هر دو معتبر و پذیرفتنی هستند. اما هر دوی این تعریف‌ها بر مفهوم علم اجمالی تکیه دارند، از این رو، اصطلاح «تفسیر اجمالی» عنوانی است که هر دو را در بر می‌گیرد.

شهید صدر نخست مفهوم علم اجمالی را توضیح می‌دهد. «علم اجمالی» از اصطلاحات متداول در علم اصول فقه است، و در مقابل «علم تفصیلی» قرار دارد. گاهی علم انسان به امر مشخصی تعلق می‌گیرد، مانند این که می‌دانم امروز علی به دیدن من خواهد آمد. در این صورت علم با شیئی واحدی ارتباط دارد، یعنی آمدن علی در امروز. چنین علمی، علم تفصیلی نامیده می‌شود. اما گاهی معلوم امری نامشخص است، مانند این که می‌دانم امروز یکی از دوستان من (علی، حسن یا حسین) به دیدن من خواهد آمد. در این جا علم با سه شیئی ارتباط دارد: آمدن علی، آمدن حسن و آمدن حسین.^{۱۱} معمولاً چنین علمی را علم اجمالی، و هر یک از آن سه شیئی را طرف علم اجمالی می‌نامند.

علم اجمالی خود بر دو گونه است. گاهی اطراف علم اجمالی ناسازگار هستند، یعنی می‌دانم که تنها یکی از این اطراف رخ می‌دهد؛ مانند این که می‌دانم امروز تنها یکی از دوستانم به دیدن من خواهد آمد. اما در مواردی اطراف علم اجمالی سازگارند، یعنی احتمال

دارد دو یا چند طرف با هم رخ دهند. مانند این که می‌دانم امروز دست کم یکی از دوستانم به دیدن من خواهد آمد. هرگاه اطراف علم اجمالی سازگار باشند، می‌توان آن را به صورت یک علم اجمالی با اطراف ناسازگار در آورد. برای نمونه، وقتی می‌دانم دست کم یکی از دوستانم (علی، حسن و یا حسین) به دیدن من خواهد آمد، در حقیقت می‌دانم تنها یکی از حالات زیر اتفاق می‌افتد:

- (۱) آمدن علی به تنهایی؛
- (۲) آمدن حسن به تنهایی؛
- (۳) آمدن حسین به تنهایی؛
- (۴) آمدن علی و حسن بدون حسین؛
- (۵) آمدن علی و حسین بدون حسن؛
- (۶) آمدن حسن و حسین بدون علی؛
- (۷) آمدن هر سه.

آشکار است که این هفت حالت با هم ناسازگارند. بنابراین، در هر علم اجمالی با اطراف ناسازگار، با نکات زیر روبه‌رو هستیم:

الف) علم به شیئی نامشخص.

ب) مجموعه اطراف، یعنی مجموعهٔ اموری که هر یک می‌توانند همان شیئی نامشخص باشند.

ج) مجموعه احتمالات که متناظر با مجموعهٔ اطراف است؛ زیرا به‌ی‌زای هر طرف علم اجمالی، احتمالی وجود دارد مبنی بر این که آن طرف، همان شیئی نامشخص باشد.

د) ناسازگار بودن اطراف.

شهید صدر بر اساس علم اجمالی با اطراف ناسازگار، دو تعریف زیر را برای احتمال ارائه می‌دهد (از این پس هرگاه اصطلاح «علم اجمالی» را به کار می‌بریم، علم اجمالی با اطراف ناسازگار مورد نظر است):

تعریف اول: هر احتمالی که می‌توان ارزش آن را تعیین کرد، عضو مجموعه احتمالاتی





است که در تناظر با مجموعهٔ اطراف علم اجمالی قرار دارد. بنابراین، اگر ارزش یقین A و تعداد اطراف B باشد، ارزش احتمال هر طرف برابر است با $\frac{A}{B}$. مطابق این تعریف، «احتمال» نه رابطه‌ای واقعی بین دو رویداد است، و نه نسبت تکرار یک مجموعه در مجموعه‌ای دیگر، بلکه تصدیق ناقص ماست که درجهٔ معینی دارد.

تعریف دوم: احتمال هر رویداد، کسری است که مخرج آن تعداد اطراف علم اجمالی، و صورت آن تعداد حالت‌های مساعد با آن رویداد است. در این صورت، احتمال دیگر ارتباطی با درجات تصدیق انسان ندارد (صدر ۱۴۰۲ ه.ق، ۱۷۷-۱۷۸).

در هر دو تعریف، احتمال با کسر $\frac{A}{B}$ نشان داده می‌شود، ولی این کسر در دو تعریف یادشده معنایی متفاوت پیدا می‌کند.

در تعریف اول، A رقم یقین، و B تعداد اطراف علم اجمالی است، «بنابراین کسر $\frac{A}{B}$ نمایش‌گر درجهٔ خاصی از احتمال است؛ زیرا این کسر حاصل تقسیم رقم یقین بر تعداد اطراف علم اجمالی است و به‌همین دلیل جزئی از علم را نشان می‌دهد، و احتمال نیز به یک معنا جزئی از علم است. کسر $\frac{A}{B}$ ، در این تعریف، نسبت وجود صورت در مخرج را بیان نمی‌کند؛ زیرا صورت، رقم یقین و مخرج تعداد اطراف علم اجمالی است، و معنا ندارد که یقین به نسبت معینی در اطراف موجود باشد؛ چرا که یقین از اعضای مجموعهٔ اطراف نیست، تا به نسبت معینی (مثلاً نسبت نصف یا ربع) در این مجموعه وجود داشته باشد» (همان، ۱۷۷-۱۷۸).

این عبارت، تلقی خاص شهید صدر از احتمال (در تعریف اول) را نشان می‌دهد. او یقین را کمیتی تقسیم‌پذیر فرض کرده است که میان اطراف علم اجمالی تقسیم می‌شود، درست همان‌گونه که می‌توان یک سیب را به دو قسمت تقسیم کرد. وقتی سیبی را میان دو نفر تقسیم می‌کنیم، به هر نفر $\frac{1}{2}$ می‌رسد. ۱ در این کسر بیان‌گر تعداد سیب‌ها و ۲ بیان‌گر تعداد اقسام است. به همین شیوه، اگر علم اجمالی دو طرف داشته باشد، به هر طرف $\frac{1}{2}$ یقین می‌رسد. ۱ در این جا رقم یقین و ۲ تعداد اطراف را نشان می‌دهد. از آن‌جا که یقین تصدیق کامل است، هر یک از این اجزای یقین، تصدیق ناقص و یا همان احتمال خواهد بود.

در تعریف دوم نیز B نمایان گر تعداد اطراف علم اجمالی است، ولی A دیگر رقم یقین نیست. بنابراین، $\frac{A}{B}$ درجه تصدیق را نشان نمی دهد. مطابق این تعریف، A اطراف مطلوب را، یعنی اطرافی که مستلزم رویداد مورد نظر هستند) بیان می کند، از این رو، $\frac{A}{B}$ بیان گر نسبت تکرار صورت در مخرج است (صدر، ۱۴۰۲ ه.ق، ۱۷۸-۱۷۹).

تعریف دوم، چیزی جز همان تفسیر کلاسیک احتمال نیست. تعریف اول نیز از جهتی به تفسیر ذهنی احتمال شباهت می رساند؛ زیرا در این تعریف همانند تفسیر ذهنی، احتمال همان درجه باور تلقی می شود. در عین حال، تعریف اول با ابهاماتی روبه رو است. از جمله این که شهید صدر در این تعریف، نسبت احتمال و یقین را نسبت جزء و کل تلقی می کند. به تعبیر او، احتمال جزئی از یقین است.

اما آیا همان گونه که یک سیب را می توان به دو قسمت تقسیم کرد، حالت ذهنی یقین به دو احتمال (هر یک به ارزش $\frac{1}{2}$) قابل تقسیم است؟ به ظاهر، پاسخ این پرسش منفی است. در تلقی ذهنی از احتمال، وقتی می گوئیم احتمال شیر آمدن در پرتاب یک سکه $\frac{1}{2}$ است، منظور آن نیست که حالت ذهنی یقین به دو نیم تقسیم شده و یک بخش آن به شیر آمدن تعلق گرفته است. کسر $\frac{1}{2}$ در این جا صرفاً عددی حقیقی است، و معنای $\frac{1}{2}$ = P (شیر آمدن) این است که درجه باور به شیر آمدن برابر با $\frac{1}{2}$ است.

البته، شاید منظور شهید صدر در تعریف اول این باشد که درجه احتمال شیر آمدن (به عنوان یک عدد حقیقی)، نصف درجه یقین است. این گفته، بر اساس تلقی ذهنی از احتمال مطلب صحیحی است، ولی عبارت های شهید صدر چیز دیگری را می رساند. ظاهر سخن او این است که احتمال (به عنوان یک حالت ذهنی) جزئی از یقین است نه آن که درجه احتمال (به عنوان یک عدد حقیقی) نصف درجه یقین باشد. همچنین، شهید صدر در جای دیگر تصریح می کند که علم اجمالی به صورت مساوی میان اطراف علم اجمالی تقسیم می شود (صدر، ۱۴۰۲ ه.ق، ۱۸۴-۲۲۳)، و این خود شاهد دیگری است برای این که او نسبت یقین و احتمال را، نسبت کل و جزء می داند.

افزون بر این، تعریف اول با مشکل دیگری نیز روبه رو است. مطابق این تعریف، ارزش





هر احتمال مساوی با تقسیم رقم یقین بر تعداد اطراف علم اجمالی است. همان گونه که خواهد آمد، این مطلب موجب می شود که تعریف اول با اصول موضوعه نظریه احتمالات مطابقت کامل نداشته باشد.

۵. تعریف دوم احتمال و اصول موضوعه نظریه احتمالات

حال با توجه به نکات یاد شده، به اصل مسئله - یعنی انطباق تفسیر اجمالی با اصول موضوعه نظریه احتمالات - می پردازیم. شهید صدر نخست انطباق تعریف دوم را بررسی می کند. به باور او تعریف دوم کاملاً با این اصول سازگار است و بالاتر از این، برخی از این اصول نتایج تعریف دوم هستند.

به نظر می رسد ادعای شهید صدر درست نیست؛ زیرا اصل موضوع (۵) دارای نتایجی است که در قالب تعریف دوم نمی گنجد. این مطلب را می توان در ضمن یک مثال ساده نشان داد.

فرض کنید می دانم که امروز علی به تنهایی، یا حسن به تنهایی به دیدن من خواهد آمد. همچنین فرض کنید که می دانم علی سه پیراهن به رنگ های سفید، آبی و سبز دارد، اما حسن تنها یک پیراهن دارد. احتمال این که علی با پیراهن سفید به خانه من بیاید، چقدر است؟ طبق قاعده ضرب داریم:

$$P(\text{علی می آید} / \text{علی با پیراهن سفید می آید}) \times P(\text{علی می آید}) = P(\text{علی با پیراهن سفید می آید})$$
 براساس تعریف دوم، می توان گفت احتمال این که علی به خانه من بیاید $\frac{1}{3}$ است، و نیز احتمال این که در فرض آمدن، با پیراهن سفید بیاید $\frac{1}{3}$ است. بنابراین، بنابر قاعده ضرب، احتمال آمدن علی با پیراهن سفید $\frac{1}{6}$ خواهد بود. شهید صدر نیز خود در مثال های مشابه به همین روش عمل کرده است. اما مشکل این جاست که بر مبنای تعریف دوم، نمی توانیم احتمال $\frac{1}{6}$ را به رویداد آمدن علی با پیراهن سفید اسناد دهیم؛ زیرا برای این منظور، لازم است علم اجمالی ای داشته باشیم که دقیقاً یک ششم از اطراف آن مساعد با آمدن علی با پیراهن سفید باشد. ولی چنین علم اجمالی ای وجود ندارد. توضیح این که در نگاه نخست، می توان چند گونه تقسیم بندی برای اطراف علم اجمالی در این مثال فرض کرد. یک

تقسیم‌بندی این است که برای علم اجمالی تنها دو طرف در نظر بگیریم: (۱) علی می‌آید؛ (۲) حسن می‌آید. آشکار است که طبق این تقسیم‌بندی، نمی‌توان احتمالی را به آمدن علی با پیراهن سفید اسناد داد. تقسیم‌بندی ممکن دیگر این است که بگوییم علم اجمالی چهار طرف دارد: (۱) علی با پیراهن سفید می‌آید؛ (۲) علی با پیراهن آبی می‌آید؛ (۳) علی با پیراهن سبز می‌آید؛ (۴) حسن می‌آید؛ اما نتیجه این تقسیم‌بندی آن است که احتمال آمدن علی با پیراهن سفید $\frac{1}{4}$ باشد، نه $\frac{1}{6}$. خود شهید صدر نیز در موارد مشابه این‌گونه تقسیم‌بندی را نادرست می‌داند.

راه دیگر این است که با استفاده از گزاره‌های شرطی، شش طرف برای علم اجمالی فرض کنیم: (۱) علی با پیراهن سفید می‌آید؛ (۲) علی با پیراهن آبی می‌آید؛ (۳) علی با پیراهن سبز می‌آید؛ (۴) حسن می‌آید و اگر علی می‌آید، با پیراهن سفید می‌آید؛ (۵) حسن می‌آید و اگر علی می‌آید با پیراهن آبی می‌آید، و (۶) حسن می‌آید و اگر علی می‌آید، با پیراهن سبز می‌آید. بر پایه این تقسیم‌بندی، احتمال آمدن علی با پیراهن سفید $\frac{1}{6}$ است. ولی چنان‌که شهید صدر در جایی دیگر به درستی تصریح می‌کند، به کارگیری این‌گونه گزاره‌های شرطی برای تنظیم اطراف علم اجمالی مجاز نیست. (صدر ۱۴۰۲ هـ.ق، ۲۲۰-۲۲۳) نتیجه آن که نمی‌توان علم اجمالی‌ای یافت که بر طبق تعریف دوم، اسناد احتمال $\frac{1}{6}$ را به آمدن علی با پیراهن سفید تجویز کند.

به دیگر سخن، تعریف دوم علم اجمالی تعریف جامعی نیست؛ زیرا اصل موضوع (۵)، احتمالاتی را به ما می‌دهد که مشمول این تعریف نمی‌شوند. به نظر می‌رسد این مشکل تنها در اصل (۵) وجود دارد و در دیگر اصول با آن مواجه نمی‌شویم. جالب توجه است که شهید صدر برای اثبات سازگاری تعریف دوم با این اصل، تنها از یک مثال استفاده می‌کند. (همان، ۱۸۱-۱۸۲). در این مثال، اتفاقاً نتیجه اصل (۵) را می‌توان در قالب یک علم اجمالی نشان داد، ولی چنان‌که مشاهده شد این مسئله عمومیت ندارد، و همین مقدار کفایت نداشتن تعریف دوم را نشان می‌دهد. اما به نظر می‌رسد می‌توان تعریف دوم را به گونه‌ای اصلاح کرد که از این مشکل رهایی یابد.





برای توضیح این نکته ناچاریم به مسئله‌ای اساسی‌تر؛ یعنی مسئله چگونگی تنظیم اطراف علم اجمالی اشاره کنیم. با بهره‌گیری از راه‌حل شهید صدر برای این مسئله می‌توان راهی را برای اصلاح تعریف دوم و هماهنگ کردن آن با اصل (۵) به‌دست آورد. مسئله یادشده را می‌توان این‌گونه بیان کرد: در هر دو تعریفی که شهید صدر برای احتمال ارائه داده است، عبارت «تعداد اطراف علم اجمالی» به چشم می‌خورد؛ اما معمولاً می‌توان مجموعه اطراف علم اجمالی را به صورت‌های متفاوتی تنظیم کرد، به‌گونه‌ای که اسناد احتمال بر اساس هر تنظیم خاص نتیجه‌ای متفاوت دربر داشته باشد. حال، پرسش این است که از این تنظیم‌های ممکن، کدام یک را باید مبنای توزیع احتمال قرار داد؟

برای نمونه، همان مثال پیشین را در نظر بگیرید؛ البته، این بار می‌خواهیم احتمال آمدن علی را محاسبه کنیم. چنان‌که گذشت، اطراف علم اجمالی را می‌توان در این مثال به گونه‌های مختلفی تقسیم‌بندی کرد. برای مثال، می‌توان برای علم اجمالی تنها دو طرف در نظر گرفت: (۱) علی می‌آید؛ (۲) حسن می‌آید. بر اساس این تقسیم‌بندی، احتمال آمدن علی $\frac{1}{2}$ است. اما از سوی دیگر می‌توان چهار طرف برای علم اجمالی فرض کرد: (۱) علی با پیراهن سفید می‌آید؛ (۲) علی با پیراهن آبی می‌آید؛ (۳) علی با پیراهن سبز می‌آید، و (۴) حسن می‌آید. مطابق این تقسیم‌بندی، احتمال آمدن علی $\frac{1}{4}$ خواهد بود. اکنون پرسش این است که اسناد احتمال باید بر پایه کدام یک از این دو تقسیم‌بندی انجام گیرد؟

شهید صدر تلاشی درخور برای حل این مسئله صورت می‌دهد. به باور او، از میان تقسیم‌بندی‌های مختلف اطراف علم اجمالی، تنها یک تقسیم‌بندی می‌تواند مبنای اسناد احتمال قرار گیرد. شهید صدر در نهایت قاعده زیر را برای تنظیم اطراف علم اجمالی پیشنهاد می‌کند:

اگر تقسیم یکی از اطراف علم اجمالی به چند قسمت ممکن باشد، ولی متناظر با آن دیگر اطراف تقسیم‌پذیر نباشند، یا این قسمت‌ها اصلی هستند و یا فرعی. اگر اصلی باشند، هر یک از آنها طرفی از علم اجمالی به‌شمار می‌آید و اگر این اقسام فرعی باشند، تک‌تک آنها طرف علم اجمالی به‌حساب نمی‌آیند، بلکه همه آنها با هم طرف واحدی هستند (همان، ۱۹۰).

اما منظور از اقسام اصلی و اقسام فرعی چیست؟ به تعبیر شهید صدر، اقسام فرعی یک طرف از علم اجمالی، حالاتی اند که متفرع بر وجود آن طرف اند، و تأثیری در تحقق آن طرف ندارند. اما اقسام اصلی یک طرف از علم اجمالی، حالت‌هایی اند که در تحقق یافتن آن طرف مؤثر اند.

با بهره‌گیری از این قاعده، می‌توان اطراف علم اجمالی را در مثال پیشین به درستی تنظیم کرد. آمدن علی، خود به سه قسم تقسیم می‌شود: (۱) آمدن علی با پیراهن سفید؛ (۲) آمدن علی با پیراهن آبی، و (۳) آمدن علی با پیراهن سبز. اما این اقسام فرعی هستند؛ زیرا اگر علی بیاید به ناچار یکی از سه پیراهن را می‌پوشد؛ اما پیراهن‌ها هیچ تأثیری در آمدن او ندارند. بنابراین، مطابق قاعده بالا، سه رویداد آمدن علی با پیراهن سفید، آمدن او با پیراهن آبی و آمدن او با پیراهن سبز روی هم رفته یک طرف علم اجمالی به‌شمار می‌آیند. پس باید دو طرف برای علم اجمالی در نظر گرفت، نه چهار طرف و در نتیجه، احتمال آمدن علی $\frac{1}{2}$ است.

راه حل شهید صدر برای مسئله چگونگی تنظیم اطراف علم اجمالی از قدرت شهودی بالایی برخوردار است. البته، به نظر می‌رسد ابهامات و کاستی‌هایی در این راه حل وجود دارد و باید در مجال دیگر، صورت‌بندی دقیق‌تری از آن به‌دست داد. حال، فرض کنید ایده شهودی شهید صدر را به شیوه رضایت‌بخشی تدقیق کرده‌ایم و معیار خوبی برای تنظیم مناسب اطراف علم اجمالی و تشخیص اصلی بودن یا فرعی بودن یک تقسیم در دست داریم. با مفروض گرفتن این نکات به مسئله اصلی؛ یعنی چگونگی انطباق تفسیر اجمالی با اصل موضوع (۵) باز می‌گردیم. دوباره مشکل را مرور می‌کنیم: مطابق اصل موضوع (۵) احتمال آمدن علی با پیراهن سفید $\frac{1}{6}$ است. اما بر اساس تعریف دوم، حتی با تنظیم مناسب اطراف علم اجمالی، نمی‌توان چنین احتمالی را نسبت داد؛ چرا که مطابق روش شهید صدر برای تنظیم اطراف علم اجمالی، باید برای علم اجمالی خود دو طرف در نظر بگیریم: (۱) آمدن علی؛ (۲) آمدن حسن. اما هیچ‌یک از این دو بر رویداد مورد نظر؛ یعنی آمدن علی با پیراهن سفید منطبق نمی‌شوند.





در حقیقت مشکل از این جا سرچشمه می‌گیرد که تعریف دوم، تنها احتمال رویدادهایی را می‌تواند به درستی معین کند که یا خود طرفی اصلی برای علم اجمالی باشند و یا از ترکیب فصلی دو یا چند طرف اصلی پدید آمده باشند. اما آمدن علی با پیراهن سفید، یکی از اطراف اصلی علم اجمالی نیست، بلکه حالتی فرعی برای یکی از اطراف به حساب می‌آید. بنابراین، تعریف را باید به صورتی تغییر داد تا رویدادهای فرعی و ترکیبات فصلی آنها را نیز در برگیرد. پیچیدگی مسئله این جاست که هر حالت فرعی خود می‌تواند به حالت‌های فرعی دیگر تقسیم شود، از این رو، فرعی بودن درجات مختلف دارد. رویداد مورد نظر نیز ممکن است ترکیب فصلی چند رویداد فرعی با درجات متفاوت باشد. با توجه به این نکته بهترین گزینه آن است که احتمال را به صورت بازگشتی^{۱۲} تعریف کنیم:

تعریف بازگشتی احتمال

فرض کنید علم اجمالی ای داریم که اطراف آن به صورت مناسب تنظیم شده است (چنان که به یاد داریم فرض این است که روش دقیقی برای تنظیم مناسب اطراف علم اجمالی در دست داریم) و افزون بر این، تقسیمات فرعی نیز به اندازه کافی و به صورت مناسب اعمال شده‌اند. به هر یک از اقسام اصلی و فرعی، وزنی را مطابق دو شرط زیر نسبت می‌دهیم:

(۱) اگر تعداد اقسام اصلی n باشد، وزن هر قسم اصلی $\frac{1}{n}$ است.

(۲) اگر وزن یک حالت (چه اصلی و چه فرعی) w باشد، و این حالت خود به m حالت فرعی دیگر تقسیم شود، وزن هر یک از حالات به دست آمده، $\frac{w}{m}$ است.

دو شرط بالا، به صورت بازگشتی وزن همه اقسام را معین می‌کنند. حال فرض کنید رویداد A ترکیب فصلی چند قسم باشد. در این صورت احتمال A را این گونه تعریف می‌کنیم: احتمال A برابر است با مجموع وزن‌های اقسامی که حالت A از آنها ترکیب یافته است.

چنان که ملاحظه می‌شود، در این تعریف شرط شده است که تقسیمات فرعی به اندازه کافی و به صورت مناسب صورت گرفته باشد. دلیل آوردن شرط نخست آن است که گاه اقسام علم اجمالی به اندازه کافی ریز و جزئی نشده‌اند و از این رو، بر رویداد مورد نظر انطباق

نمی‌یابند. در این صورت تعیین احتمال آن رویداد امکان‌پذیر نیست. در همان مثال پیراهن، اگر وارد تقسیمات جزئی نشویم (یعنی تنها دو قسم اصلی را در نظر بگیریم: آمدن علی و آمدن حسن)، نمی‌توانیم احتمال آمدن علی با پیراهن سفید را تعیین کنیم؛ زیرا این رویداد بر هیچ‌یک از دو قسم اصلی، یا ترکیب فصلی آنها انطباق ندارد.

همچنین باید تقسیم‌های فرعی (با هر درجه‌ای از فرعی بودن) به صورت مناسب صورت گیرد. دلیل این مطلب نیز آشکار است. ممکن است کسی رویداد آمدن علی را این‌گونه به اقسام فرعی تقسیم کند: (۱) آمدن علی با پیراهن سفید؛ (۲) آمدن علی با پیراهن رنگی. در این صورت، مطابق تعریف بازگشتی بالا احتمال آمدن علی با پیراهن سفید $\frac{1}{4}$ خواهد بود. ولی نکته این جاست که این تقسیم‌بندی فرعی به صورت مناسب اعمال نشده است؛ چرا که آمدن علی را باید به سه قسم فرعی تقسیم کرد: (۱) آمدن علی با پیراهن سفید؛ (۲) آمدن علی با پیراهن آبی؛ (۳) آمدن علی با پیراهن سبز. اما از کجا می‌توان دریافت که یک تقسیم‌بندی فرعی به صورت مناسبی انجام شده است؟ همان قاعده‌ای که مناسب بودن تقسیم‌بندی اصلی را معین می‌کند، معیاری برای درستی تقسیم‌بندی فرعی هم به دست می‌دهد. برای نمونه همین مثال اخیر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم تعیین کنیم آیا حالت آمدن علی را باید به دو قسم فرعی (آمدن با پیراهن سفید و آمدن با پیراهن رنگی) تقسیم شود یا به سه قسم فرعی (آمدن با پیراهن سفید، آمدن با پیراهن آبی و آمدن با پیراهن سبز)؟ برای این منظور فرض می‌کنیم می‌دانیم علی می‌آید، ولی از رنگ پیراهن او آگاه نیستیم. سپس بررسی می‌کنیم که مطابق قاعده‌ای که برای تنظیم اطراف علم اجمالی در دست داریم، باید چند طرف اصلی برای این علم اجمالی فرضی در نظر گرفت. آشکار است که مطابق قاعده یادشده، باید سه طرف برای آن فرض کرد. پس در تقسیمات فرعی نیز باید همان سه طرف را منظور کنیم.

گفتنی است تعریف بازگشتی به گونه‌ای روح تعریف دوم شهید صدر را حفظ کرده است. نخست آن که این تعریف نیز همانند تعریف دوم بر پایه مفهوم علم اجمالی استوار شده است، و دیگر آن که اسناد احتمال در این تعریف نیز بر اساس تقسیم‌های پیشینی صورت





می‌گیرد. اما تعریف بازگشتی این مزیت را بر تعریف دوم شهید صدر دارد که همه اصول موضوعه حساب احتمالات را می‌توان از آن استنتاج کرد.

۶. تعریف اول احتمال و اصول موضوعه نظریه احتمالات

درباره تعریف اول چه می‌توان گفت؟ آیا این تعریف اصول موضوعه تئوری احتمالات را برآورده می‌سازد؟ در ادامه، نسبت تعریف اول را با اصل‌های (۶)، (۵)، (۲)، (۳) و (۴) به ترتیب بررسی می‌کنیم:

اصل (۶) مشکلی آشکار در برابر تعریف اول قرار می‌دهد: بر اساس این تعریف، ارزش هر احتمال همیشه برابر است با تقسیم ارزش یقین بر تعداد اطراف علم اجمالی؛ اما این مطلب درباره برخی از احتمالاتی که به وسیله اصل (۶) به دست می‌آید صدق نمی‌کند. برای مثال، فرض کنید در کیسه‌ای سه مهره با شماره‌های ۱، ۲ و ۳ قرار دارد. مهره‌های ۱ و ۲ سفید، و مهره ۳ سیاه رنگ است. مهره‌ای را به صورت اتفاقی انتخاب می‌کنیم، احتمال سفید بودن آن (یعنی احتمال این که مهره ۱ یا مهره ۲ باشد) چقدر است؟ طبق اصل (۶) داریم:

$$P(\text{مهره ۱ یا مهره ۲ انتخاب شده است}) =$$

$$= \frac{2}{3} = P(\text{مهره ۱ انتخاب شده است}) - P(\text{مهره ۲ انتخاب شده است}) + P(\text{مهره ۱ انتخاب شده است})$$

اما کسر $\frac{2}{3}$ را به هیچ معنایی نمی‌توان تقسیم ارزش یقین بر تعداد اطراف علم اجمالی دانست؛ زیرا ارزش یقین در تئوری احتمالات یک است.

چگونه می‌توان تعریف اول را اصلاح کرد که با اصل (۶) سازگار افتد؟ هدف اصلی شهید صدر در تعریف اول این است که ایده تفسیر کلاسیک را در قالب برداشت ذهنی از احتمال بگنجانند. برای رسیدن به این هدف، لازم نیست مانند شهید صدر هر ارزش احتمال را مساوی با تقسیم ارزش یقین بر تعداد اطراف دانست. بلکه به راحتی می‌توان احتمال را این گونه تعریف کرد: «احتمال رویداد B در فرض رویداد A، همان درجه باور شخص به تحقق B در فرض علم او به رخ دادن A است». این تعریف دقیقاً همان تفسیر ذهنی احتمال است. البته اگر بخواهیم ایده اصلی تفسیر کلاسیک (یعنی تعیین احتمالات بر اساس تقسیم‌های پیشینی) را به کار گیریم باید اصل دیگری را بپذیریم، و آن این که درجه احتمال

برابر است با تقسیم حالات مطلوب بر مجموع حالات ممکن. در این جا اصل مزبور تعریف مفهوم احتمال نیست؛ بلکه اندازه آن را مشخص می کند. این اصل را می توان «اصل موضوع تعیین احتمال» نامید. البته چنان که خواهیم دید، در این اصل نیز باید تغییراتی اعمال کرد و آن را به صورت کامل تری در آورد.

نتیجه سخن این است که برای اصلاح تعریف اول، می توان آن را به صورت تعریف ذهنی از احتمال در آورد و در کنار آن، برای حفظ ایده تفسیر کلاسیک اصل موضوع تعیین احتمال را افزون بر اصول موضوعه نظریه احتمالات پذیرفت.

اکنون هماهنگی تعریف اول را با اصل (۵) بررسی می کنیم. تعریف اول - حتی با اصلاحی که در بالا پیشنهاد شد - دقیقاً همان مشکل را با اصل (۵) دارد که تعریف دوم داشت؛ این اصل گاه احتمال هایی را اسناد می دهد که در قالب تعریف اول نمی گنجد. راه حل نیز همان است که گذشت، و آن این که احتمال را به شیوه بازگشتی معین کنیم. البته در این جا (به خلاف تعریف دوم) دیگر احتمال را به صورت بازگشتی تعریف نمی کنیم؛ چرا که بر اساس پیشنهادی که در بالا ارائه شد، باید تعریف اول را همان تعریف ذهنی از احتمال در نظر گرفت: احتمال یعنی درجه باور شخص. در عوض، اصل موضوع تعیین احتمال را تغییر می دهیم و آن را به شکل بازگشتی بازنویسی می کنیم.

جالب توجه است که شهید صدر هیچ مشکلی میان تعریف اول و دو اصل (۵) و (۶) نمی بیند. ولی در برابر ادعا می کند که این تعریف با اصل های (۲)، (۳) و (۴) ناسازگار است. از دیدگاه شهید صدر، ناسازگاری تعریف اول با اصل (۲) به این دلیل است که بنابر اصل یادشده، ارزش های احتمال می تواند صفر، یک و یا عددی حقیقی میان این دو باشد. اما طبق تعریف اول، احتمال همان تصدیق ناقص است و از این رو، ممکن نیست ارزش آن صفر یا یک باشد؛ زیرا ارزش یک نمایانگر تصدیق کامل است و ارزش صفر به این معناست که هیچ تصدیقی وجود ندارد. بنابراین باید صفر و یک را حدود خارجی احتمال دانست (صدر، ۱۴۰۲ هـ.ق، ۱۸۳). به نظر می رسد اگر تعریف اول را به همان شیوه ای که پیش از این گفته شد اصلاح کنیم، این ناسازگاری نیز برطرف می شود. مطابق صورت اصلاح





شده تعریف اول، احتمال همان درجهٔ باور (یا درجهٔ تصدیق) است، نه درجهٔ تصدیق ناقص یا خود تصدیق ناقص. درجهٔ تصدیق می‌تواند صفر باشد، که در این صورت تصدیق منتهی است و ممکن است یک باشد، که در این حالت، تصدیق کامل خواهد بود. به این ترتیب تعریف اول با اصل (۲) کاملاً سازگار می‌شود.

حال، آیا تعریف اول در شکل اصلاح‌شدهٔ آن با دو اصل (۳) و (۴) سازگار است؟ از یک جهت ممکن است پاسخ منفی باشد؛ زیرا اصل (۳) می‌گوید اگر B مستلزم A باشد، احتمال A در فرض B برابر با یک است. طبق تعریف اول، یک بودن احتمال A در فرض B ، یعنی یقینی بودن A در فرض آگاهی از B . اما اگر B مستلزم A باشد، رویداد A در فرض آگاهی از B لزوماً یقینی نیست، مگر این که ما از این استلزام نیز آگاه باشیم. به دیگر سخن، اگر B مستلزم A باشد، برای این که احتمال A یک شود آگاهی از دو فرض لازم است: (۱) تحقق B ؛ (۲) استلزام بین B و A . این ناسازگاری را چگونه می‌توان برطرف کرد؟ به نظر می‌رسد در این جا بهتر است به جای اصلاح تعریف اول، اصول (۳) و (۴) را اندکی تغییر دهیم:

$$(۳)^* P(A/B \& (B \vdash A)) = 1$$

$$(۴)^* P(A/B \& (B \vdash \neg A)) = 0$$

علامت \vdash نشانهٔ استنتاج منطقی است. $(۳)^*$ می‌گوید در فرض تحقق B و استنتاج شدن A از B ، احتمال A یک است. بر اساس تعریف ذهنی احتمال، تعبیر این اصل چنین است: اگر یقین داشته باشیم که اولاً B رخ داده است و ثانیاً B مستلزم A است، به تحقق A نیز یقین خواهیم داشت. $(۴)^*$ نیز به گونه‌ای مشابه تعبیر می‌شود. بر این اساس $(۳)^*$ و $(۴)^*$ کاملاً با تعریف اول، در شکل اصلاح شده آن سازگار هستند.

شهید صدر نیز تعریف اول را با دو اصل (۳) و (۴) ناسازگار تلقی می‌کند، ولی دلیلی که برای این ادعا بیان می‌کند، کاملاً با آنچه در بالا گفته شده تفاوت دارد. عبارت شهید صدر در این باره مبهم و ناواضح است. او می‌نویسد:

تعریف اول با اصل سوم نیز ناسازگار است؛ زیرا این اصل می‌گوید اگر «ح»

مستلزم «ل» باشد آنگاه $\frac{ل}{ح} = 1$ ، اما «ح» در این جا تعداد اطراف علم اجمالی را نشان می‌دهد، و «ل» نمایانگر رقم مفروض برای علم است، و از این رو، معنا ندارد که «ح» مستلزم «ل» باشد. در اصل چهارم نیز مسئله از همین قرار است. (همان، ۱۸۴ با اندکی تصرف)

به نظر می‌رسد گفته بالا از خلط میان دو مفهوم ریاضی «ح/ل» (P) (احتمال رویداد «ل» در فرض رویداد «ح») و « $\frac{ل}{ح}$ » (عدد حقیقی، حاصل تقسیم «ل» بر «ح») ناشی شده است. چنان که پیش از این اشاره شد، شهید صدر نماد « $\frac{ل}{ح}$ » را گاه برای مفهوم اول، و گاه برای مفهوم دوم به کار می‌برد. و در عبارت بالا، این دو را با هم خلط می‌کند. باید توجه داشت وقتی در اصل (۳) گفته می‌شود «اگر «ح» مستلزم «ل» باشد آنگاه $\frac{ل}{ح} = 1$ »، منظور از «ح» و «ل» دو رویداد است، نه دو عدد، و مراد از « $\frac{ل}{ح}$ »، احتمال رخ دادن «ل» در فرض «ح» است، نه حاصل تقسیم «ل» بر عدد «ح».

۵۹



تعمیر

شهید صدر و اصول موضوعه نظریه احتمالات

بنابراین هنگامی که شهید صدر در تعریف اول احتمال می‌گوید که ارزش احتمال هر رویداد برابر است با تقسیم ارزش یقین بر تعداد اطراف، و آن را با نماد « $\frac{ل}{ح}$ »، به عنوان یک کسر نشان می‌دهد، دیگر نباید این کسر را با نماد « $\frac{ل}{ح}$ » به معنای احتمال رویداد «ل» در فرض رویداد «ح» یکی بگیرد. با تفکیک این دو مفهوم از یکدیگر، اصل (۳) با تعریف اول سازگار می‌افتد. توضیح این که بنا بر اصل (۳)، اگر رویداد «ح» مستلزم رویداد «ل» باشد، احتمال «ل» در فرض «ح» برابر است با یک، یعنی $\frac{ل}{ح} = 1$ ؛ و کسری است که صورت آن ارزش یقین و مخرج آن تعداد اطراف علم اجمالی را نشان می‌دهد. زیرا علم تفصیلی را می‌توان علم اجمالی‌ای فرض کرد که تنها یک طرف دارد. این مطلب آن گاه آشکارتر می‌شود که تعریف اول را به همان شیوه‌ای که پیش از این گفته شد اصلاح کنیم؛ یعنی بگوییم احتمال همان درجه باور شخص است. آشکار است که اگر «ح» مستلزم «ل» باشد، درجه باور به «ل» در فرض یقین به تحقق «ح» و استلزام میان «ح» و «ل» برابر با یک خواهد بود؛ یعنی:

$$P(A/B \ \& \ (B \vdash A)) = 1$$

و این همان اصل (۳)* است.



۷. نتیجه‌گیری

چنان که دیدیم، تعریف دوم شهید صدر از احتمال با اصل (۵) هماهنگ نیست، ولی با دیگر اصول مشکلی ندارد. این ناهماهنگی را می‌توان با جایگزین کردن تعریف بازگشتی به جای تعریف دوم برطرف ساخت. نکته مهم این است که تعریف بازگشتی، روح تعریف دوم را حفظ می‌کند. البته باید توجه داشت این راه حل تنها در صورتی موفق است که معیاری رضایت‌بخش برای تنظیم اطراف علم اجمالی در دست داشته باشیم. وجود چنین معیاری را در مقاله حاضر پیش‌فرض گرفتیم. آشکار است که ارزیابی این پیش‌فرض فرصتی دیگر می‌طلبد.

تعریف اول نیز با دو اصل (۵) و (۶) ناهماهنگ است، ولی شهید صدر اشاره‌ای به این مطلب نمی‌کند. ناهماهنگی تعریف اول با اصل (۶) را می‌توان با جایگزینی تعریف ذهنی به جای تعریف دوم برطرف کرد. البته برای حفظ ایده اصلی تفسیر شهید صدر (یعنی تعیین احتمال بر اساس علم اجمالی و بر پایه تقسیم‌بندی‌های پیشینی) باید اصل موضوع تعیین احتمال را در کنار اصول نظریه احتمالات پذیرفت. این اصل بیان می‌دارد که احتمال یک رویداد چگونه بر اساس علم اجمالی معین می‌شود. برای هماهنگ ساختن تعریف اول با اصل (۵)، اصل تعیین احتمال باید به صورت بازگشتی تعیین شود.

از دیدگاه شهید صدر، تعریف اول با اصل‌های (۲) و (۳) و (۴) سازگار نیست، ولی به نظر می‌رسد ادعای ناسازگاری این تعریف با اصل‌های (۳) و (۴)، از خلط دو مفهوم ریاضی « $\frac{A}{B}$ » و « $P(A/B)$ » با یک‌دیگر سرچشمه گرفته است. ناسازگاری آن با اصل (۲) را نیز می‌توان با اصلاحی که در بالا پیشنهاد شد (یعنی تبدیل تعریف اول به تعریف ذهنی) برطرف کرد.

پی‌نوشت‌ها

1. axiomatic

۲. برای دیدن اصول موضوعه کلموگروف نک: (Kolmogorov, 1956)

3. axiom

۴. برای نمونه نک (هاشمی ۱۴۰۵/۱۴۰۲ هـ.ق، المجلد الرابع، ۳۰۹-۳۱۷، ۳۲۸-۳۳۸)؛ (حائری ۱۴۰۸ هـ.ق، الجزء الثاني من القسم الثاني، ۲۹۳-۳۱۹، ۳۰۳-۳۲۴)؛ (صدر ۱۴۰۲ هـ.ق، ۳۸۷-۳۹۵).

۵. گاه تفسیر منطقی چنین معرفی می‌شود: احتمال، همان درجه باور معقول است، یعنی درجه باوری که همه انسان‌های عقلانی (در فرض وجود شواهد یکسان) به یک گزاره نسبت می‌دهند (Gillies 2000, 1). اما با توجه به دیدگاه‌های طرفداران تفسیر منطقی، به نظر می‌رسد دقیق‌تر آن است که تفسیر منطقی، به صورتی که در متن آمده معرفی شود.

6. frequency

7. dispositional

8. intersubjective

۹. برای دیدن تفسیرهای متفاوت احتمال و بررسی تفصیلی آنها نک:

(Hajek 2009) و (Hajek, A. & Hall, N.) و (Fitelson, B. & Hajek, A. & Hall, N.) و (Mellor 2005) و (Gillies 2000).

۱۰. این نام‌گذاری از عمار ابورغیف اقتباس شده است. نک: (ابورغیف، ۱۴۱۰ هـ.ق، الكتاب الاول، ۸۸)

۱۱. البته، چنان‌که شهید صدر یادآور می‌شود، ارتباط علم با این سه، ارتباط علم با معلوم نیست؛ زیرا هیچ‌یک از اینها، معلوم علم اجمالی به‌شمار نمی‌آید. چرا که اگر آمدن علی- برای نمونه- معلوم باشد، دیگر علم ما اجمالی نخواهد بود. نک: (صدر، ۱۴۰۲ هـ.ق، ۱۷۵).

12. recursive



كتاب نامه

١. ابو رغيف، عمار (١٤١٠هـ.ق) منطق الاستقراء. قم: مهر، الكتاب الاول.
٢. حائري، سيد كاظم (١٤٠٨هـ.ق) مباحث الاصول (تقارير اصول شهيد صدر). قم: مطبعة مركز النشر و مكتب الاعلام الاسلامي، الجزء الثاني من القسم الثاني.
٣. صدر، سيد محمد باقر (١٤٠٢هـ.ق) الاسس المنطقية للاستقراء. بيروت: دارالتعارف للمطبوعات.
٤. هاشمي، سيد محمود (١٤٠٥هـ.ق) بحوث في علم الاصول (تقارير اصول شهيد صدر). قم: المجمع العلمي للشهيد صدر.

5. Fitelson, B. & Hajek, A. & Hall, N. "Probability" In *The Routledge encyclopedia of Philosophy of Science*, edited by Rausch S., and Sarkar, S. Pfeiffer, J.
6. Fitelson, B. & Hajek, A. & Hall, N.,. "Probability" In *The Routledge Encyclopedia of Philosophy of Science*. URL=<http://philrsss.anu.edu.au/people-defaults/alanh/papers/probability.pdf>.
7. Gillies, D. *Philosophical Theories of Probability*. London: Rutledge, 2000.
8. Hajek, A. *Interpretation of Probability*. Vers. substantive revision. Dec 31, 2009. <http://plato.stanford.edu/entries/probability-interpret/>.
9. Kolmogorov, A. N (1956) *Foundation of The Theory Of Probability*. Translated by N. Marrison. New York: Chelsea Publishing Company.
10. Mellor, D. H. *Probability: A Philosophical Introduction*. London and New York: Routledge, 2005.

